

Применом стандардног поступка за израчунавање апсолутне грешке мерења описане у [5], узимајући за $\Delta x = 0.0001 \text{ m}$, $\Delta s = 0.001 \text{ m}$ и $\Delta m = 10^{-5} \text{ kg}$ добија се вредност за релативну грешку $\Delta \mu$. У процентима која износи 2%. Коначно назоимо

$$\mu_r = (0.057 \pm 0.001) \quad (5)$$

ЗАКЉУЧАК

У овом раду је описан једноставан метод за одређивање коефицијента трења котрљања. Мала лабораторијска колица се налазе на једном крају сабијене еластичне опруге. Ослобађањем сабијене еластичне опруге, колица стичу почетну брзину v_0 , а тиме и кинетичку енергију E_k . Мерењем зауставног пута колица, применом закона одржања механичке енергије, добија се формула за израчунавање коефицијента трења котрљања. Провера предложеног поступка је урађена применом другог Њутновог закона механике. Као што је показано и у радовима [1-4] и ми налазимо да је коефицијент трења котрљања много мањи од коефицијента трења клизања што додатно отежава његово одређивање.

ЗАХВАЉНИЦА

За корисне сугестије аутори се захваљују др Владимиру Марковићу доценту на Природно-математичком факултету у Крагујевцу и Игору Танасијевићу професору физике у ОШ „Милутин и Драгиња Тодоровић“ у Крагујевцу.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Cross, Coulomb's law for rolling friction, *Am. J. Phys.* 84 (3), 221-230 (2016)
2. C. E. Mungan, Rolling friction on a wheeled laboratory cart, *Phys. Educ.* 47 (3), 288-292 (2012).
3. R. F. Larson, Measuring the coefficient of friction of a low-friction cart, *Phys. Teach.* 36, 464-465 (1998).
4. U. Besson, L. Borghi, A. De Ambrosio and P. Mascheretti, How to teach friction: Experiments and models, *Am. J. Phys.* 75 (12), 1106-1113 (2007).
5. P. Fomasi, The Uncertainty in Physical Measurements (Berlin: Springer, 2008), pp. 258-261.

Хоризонтални хитац и закон одржања механичке енергије - анализа једног експеримента

Соња Ковачевић, Весна Спасојевић

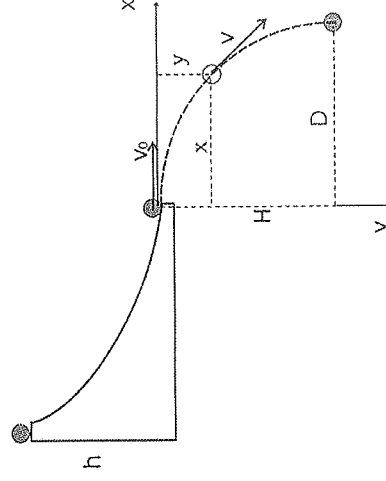
Прва крагујевачка гимназија, Крагујевац

Апстракт. У раду је описан један експеримент за проучавање кретања тела у пољу Земљине теже. Експеримент укључује мерења домета D , висине H и израчунавање почетне брзине v_0 хоризонталног хита применом кинематичких једначина. Урађено је поређење експерименталних резултата са резултатом који се добија применом Закона одржања енергије. У анализи кретања тела разматрана су два модела: први модел узима само транслацију тела (куглице) низ жлеб без трења, док други модел узима у обзир и транслацију и ротацију куглице. Показује се да је други модел адекватнији уз додатну корекцију која подразумева рачунање са ефективним радијусом ротације куглице.

Кључне речи: хоризонтални хитац, закон одржања механичке енергије, котрљање.

УВОД

Ако је тело које се налази изнад хоризонта на некој висини H , бачено хоризонталном брзином v_0 , онда кретање које настаје назива се хоризонтални хитац (слика 1).



Слика 1. Схема која се користи уз анализу кретања хоризонталног хитаца; y -оса је усмерена наниже; координатни почетак је у тачки одвајања тела од подлоге – стрме равни, H је висина у односу на Земљу, D означава домет хита, (x, y) су координате положаја тела у тренутку t , v је тренутна брзина.

Занемаривањем отпора ваздуха, добијају се једначине кретања:

$$x = v_0 t \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \quad (2)$$

Ако са T обележимо укупно време кретања хица до пада на Земљу, тада је $x(T) = D$ и $y(T) = H$, односно:

$$D = v_0 T \quad (3)$$

$$H = \frac{1}{2} g T^2 \quad (4)$$

Када се из једначина (3) и (4) елиминисне време T , добија се израз за почетну брзину:

$$v_0 = D \sqrt{\frac{g}{2H}} \quad (5)$$

ЕКСПЕРИМЕНТ

Први део: Тело се пусти са висине h на стрмој равни (слика 1). Помоћу релације (5) израчунаги вредност за почетну брзину v_0 . У нашем експерименту вредности за h , H и D су дате у табели на крају рада. Израчуната вредност за почетну брзину је $v_0 = 2,09 \text{ m/s}$. Овај резултат који је добијен из кинематичких једначина кретања се може упоредити са резултатом који следи из Закона одржања механичке енергије.

Други део - Модел 1: Када се куглица масе M налази на висини h изнад површине стола, њена потенцијална енергија у односу на површину стола износи Mgh . На површини стола потенцијална енергија куглице је нула, куглица има само кинетичку енергију. У првом случају претпоставићемо да је $v_0 = v_{\text{CM}}$ где је v_{CM} брзина центра масе куглице. Ово одговара клизању куглице без трења. У овом случају Закон одржања механичке енергије записујемо у облику:

$$Mgh = \frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 \quad (6)$$

одакле применом једноставне алгебре долазимо до израза:

$$v_{\text{CM}} = \sqrt{2gh} \quad (7)$$

Ако је висина $h = 0,395 \text{ m}$, вредност за почетну брзину куглице (хоризонталног хица) која се добија применом релације (7), износи $v_{\text{CM}} = 2,78 \text{ m/s}$. Упоредивањем овог резултата са резултатом који је добијен из кинематичких једначина, налазимо:

$$\frac{v_{\text{CM}} - v_0}{v_0} = 33\%$$

Закључујемо да модел клизања куглице без трења низ жлеб стрме равани није адекватан за одређивање почетне брзине када је у питању хоризонтални хитач. Као унапређење овог модела може нам послужити следећи пример.

Хоризонтални хитач и закон одржања механичке енергије - анализа једног експеримента

Други део - Модел 2: У овом моделу се узима у обзир и ротација куглице док се креће низ жлеб стрме равни, тј. $E_{\text{механике}} = \frac{1}{2} I \omega^2$ где је $I = \frac{2}{5} MR^2$ - момент инерције куглице масе M и полупречника R ; ω је угаона брзина. Када се узме у обзир и ротација куглице, Закон одржања механичке енергије можемо записати у облику:

$$Mgh = \frac{1}{2} M v_{\text{CM}}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} MR^2 \right) \omega^2 \quad (8)$$

где је $v_{\text{CM}} = \omega R$, односно $\omega = v_{\text{CM}} / R$. Решавањем једначине (8) добија се израз за почетну брзину хоризонталног хица:

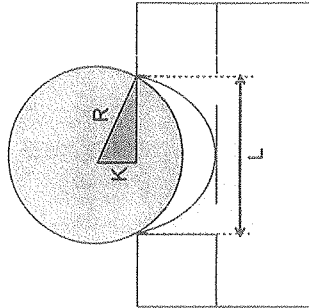
$$v_{\text{CM}} = \sqrt{\frac{10}{7} gh} \quad (9)$$

Узимајући вредности за g и h налазимо вредност за брзину $v_{\text{CM}} = 2,35 \text{ m/s}$. Применом аналогне процедуре, добијамо следећу вредност:

$$\frac{v_{\text{CM}} - v_0}{v_0} = 12,4\%$$

Видимо да је релативно одступање, у односу на резултат који следи из кинематичких једначина, доста мање у поређењу са резултатом у моделу 1. Даље унапређење модела може се добити узимањем ефективног радијуса ротације куглице, што је описано у следећем примеру.

Други део - Модел 3: Када се куглица радијуса R креће низ жлеб стрме равни пре него што пређе у форму кретања хоризонталног хица, куглица додирује ивице жлеба само у две тачке (слика 2).



Слика 2. Ефективни радијус K ротације куглице

Са слике 2 налазимо да је $k = \left(R^2 - \frac{L^2}{4} \right)^{1/2}$, где је L ширина жлеба. Дакле, у

једначини (8) у изразу за угаону брзину ω уместо R треба узети ефективни радијус ротације куглице K . У овом случају Закон одржања механичке енергије записујемо у облику:

$$Mgh = \frac{1}{2} M v_{cm}^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2}{5} MR^2 \right) \frac{v_{cm}^2}{R^2} \quad (10)$$

одакле се изводи израз за брзину v_{cm} :

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{2}{5} \left[\frac{L}{R} \right]^2}} \quad (11)$$

Мерењем R и L , уз вредност за h , налазимо да је $v_{cm} = 2,23 \text{ m/s}$. Када се израчуна релативно одступање у односу на резултат који следи из кинематичких једначина, налазимо:

$$\frac{v_{cm} - v_0}{v_0} = 6,7\%$$

Ово одступање је најмање и овај модел се показао најадекватнијим у израчунавању почетне брзине куглице (хоризонталног хица) када се она израчунава применом Закона одржања механичке енергије.

h (m)	H (m)	D (m)	R (m)	L (m)	Брзина куглице (почетна брзина за xx)
					$\frac{v_{cm} - v_0}{v_0}$ (%)
0,395	0,785	0,835	0,0239	0,0245	v_0 (m/s)
Резултат који се добија из кинематичких једначина					2,09
Закон одржања механичке енергије: <i>Модел 1</i>					2,78
Закон одржања механичке енергије: <i>Модел 2</i>					2,35
Закон одржања механичке енергије: <i>Модел 3</i>					2,23
					6,7

ЗАКЉУЧАК

Описани приступ овом експерименту има два изазова за ученике: мерења у реалном времену и обезбеђивање да се куглица пушта увек са истог положаја у односу на површину стола, и континуирано варирање угла нагиба лансирне рампе (жлеба стрме равни) што изазива промену нормалне силе N а самим тим и силе трења. Тада једначине кретања постају нелинеарне и аналитичка решења нису доступна, што превазилази оквире градива које се изучава у гимназијама.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Yanez Valdez, P. A. Gomez Valdez, and F. de Atlas Rivero, Horizontal projectile motion: comparing free fall and drag resistance, *Revista Mexicana de Fisica E* 17 (2) 156–164 (2020)
2. S. M. Stewart, An analytic approach to projectile motion in a linear resisting medium, *Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.* 37 (2006) 411
3. D. A. Morales, A generalization on projectile motion with linear resistance, *Can. J. Phys.* 89 (2011) 1233

Примена софтверског алата Logisim на Windows платформи у пројектовању стандардних комбинационих модула

Христина Делибашић Марковић, Виолета Петровић и Иван Петровић

Природно-математички факултет, Институт за физику, Крагујевац, Србија
Академија струковних студија Шумадија, Одсек Крагујевац, Србија

Апстракт. Савремени наставни трендови на свим нивоима образовања базирају се на примени информационо-комуникационих технологија са циљем да се ученици што активније укључе у наставни процес. Бројна истраживања показују да управо овакав приступ настави у великој мери повећава заинтересованост ученика за праћење наставних садржаја, а самим тим позитивно утиче на савладавање градива. У овом раду је описана примена софтверског алата Logisim у настави дигиталне електронике у стручним средњим школама у оквиру наставне јединице која обрађује стандардне аритметичке комбинационе модуле. Кроз реализацију описаних симулација, ученици се упознају са пролептурама које се користе у електроници и информатици, чиме се непосредно доприноси јачању међупредметних компетенција.

Кључне речи: Logisim, дигитална електроника, комбинациони модули.

УВОД

Оспособљавање ученика да стечена знања и вештине примене у свакодневном животу, раду и образовању представља један од кључних захтева савремене наставе. Спроведена истраживања [1] су недвосмислено показала да овакав вид едукације води директно ка стицању дигиталних компетенција која су предуслов за одговорну и критичку примену савремених информационо-технолошких технологија. Развој иновативних софтверских решења обезбеђује симулацију природног тока извођења експеримената у школским условима, при чему се ствара окружење које ђацима допушта да напредују у оној мери у којој им дозвољавају њихове способности и афинитети. Пракса је показала да се активно стицање знања у настави може остварити само уколико ученици самостално користе изворе знања, решавају проблеме, самостално пишују и систематизују наставне садржаје које уче, мењају околности и проналазе аналогје [2]. Основни циљ примене софтверских модела симулације је да обезбеде остварење наведених циљева. Суштина је да се створе услови у којима настава неће бити фокусирана на пуко меморисање добијених информација, већ на активно укључивање ђака у процес стицања знања. Софтверски алат Logisim је један од многобројних образованих програмских пакета, који се веома успешно може имплементирати како у настави, тако и у учењу предмета у средњим стручним школама, струковним студијама и на факултетима,

